

This Question Paper consists of 45 questions and 20 printed pages, and a graph sheet.  
इस प्रश्न-पत्र में 45 प्रश्न तथा 20 मुद्रित पृष्ठ हैं और एक ग्राफ शीट है।

Roll No. 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

  
अनुक्रमांक

Code No. **69/MAY/4**  
कोड नं०

Set / सेट 

<b>C</b>
----------

## MATHEMATICS

गणित

(311)

Day and Date of Examination .....  
(परीक्षा का दिन व दिनांक)

Signature of Invigilators 1. ....  
(निरीक्षकों के हस्ताक्षर)

2. ....

### General Instructions :

1. Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper.
2. Please check the Question Paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the Question Paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.
3. Making any identification mark in the Answer-Book or writing Roll Number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.
4. Write your Question Paper Code No. 69/MAY/4, Set 

<b>C</b>
----------

 on the Answer-Book.
5. (a) The Question Paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :  
English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Odia, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.  
You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the Answer-Book.
- (b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the questions will be yours only.
6. In case of any doubt or confusion in the Question Paper, the **English** version will prevail.



**सामान्य अनुदेश :**

1. परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।
2. कृपया प्रश्न-पत्र को जाँच लें कि प्रश्न-पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है। इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।
3. उत्तर-पुस्तिका में पहचान-चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जाएगा।
4. अपनी उत्तर-पुस्तिका पर प्रश्न-पत्र का कोड नं० 69/MAY/4, सेट [C] लिखें।
5. (क) प्रश्न-पत्र केवल हिन्दी/अंग्रेजी में है। फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं :  
अंग्रेजी, हिन्दी, उर्दू, पंजाबी, बंगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगू, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिन्धी।  
कृपया उत्तर-पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।
- (ख) यदि आप हिन्दी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं, तो प्रश्नों को समझने में होने वाली त्रुटियों/गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी।
6. प्रश्न-पत्र में किसी भी प्रकार के संदेह अथवा दुविधा की स्थिति में अंग्रेजी अनुवाद ही मान्य होगा।



# MATHEMATICS

गणित

(311)

Time : 3 Hours ]

[ Maximum Marks : 100

समय : 3 घण्टे ]

[ पूर्णांक : 100

- Note* : (i) This Question Paper consists of 45 questions in all.  
(ii) All questions are compulsory.  
(iii) Marks are given against each question.  
(iv) Section-A consists of  
(a) Question Nos. **1** to **20** (multiple choice type questions (MCQs) carrying 1 mark each). Select and write the most appropriate option out of the four options given in each of these questions.  
(b) Question Nos. **21** to **29** (objective type questions). Question Nos. **21** to **24** carry 2 marks each (with 2 sub-parts of 1 mark each), Question Nos. **25** to **28** carry 4 marks each (with 4 sub-parts of 1 mark each) and Question No. **29** carries 6 marks (with 6 sub-parts of 1 mark each). Attempt these questions as per the instructions given for each.  
(v) Section-B consists of  
(a) Question Nos. **30** to **38** (very short answer type questions carrying 2 marks each)  
(b) Question Nos. **39** to **43** (short answer type questions carrying 4 marks each)  
(c) Question Nos. **44** and **45** (long answer type questions carrying 6 marks each)

An internal choice has been provided in some of these questions in Section-B. You have to attempt only one of the given choices in such questions.

- निर्देश** : (i) इस प्रश्न-पत्र में कुल 45 प्रश्न हैं।  
(ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।  
(iii) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिए गए हैं।  
(iv) खण्ड-अ में सम्मिलित हैं  
(a) प्रश्न संख्या **1** से **20** (बहुविकल्पी प्रकार के प्रश्न (MCQs), प्रत्येक 1 अंक का)। प्रत्येक प्रश्न में दिए गए चार विकल्पों में से सबसे उपयुक्त विकल्प को चुनकर लिखना है।  
(b) प्रश्न संख्या **21** से **29** (वस्तुनिष्ठ प्रकार के प्रश्न)। प्रश्न संख्या **21** से **24** तक प्रत्येक 2 अंक का है (जिसमें 2 उपभाग हैं, प्रत्येक 1 अंक का), प्रश्न संख्या **25** से **28** तक प्रत्येक 4 अंक का है (जिसमें 4 उपभाग हैं, प्रत्येक 1 अंक का) तथा प्रश्न संख्या **29** के लिए 6 अंक दिए गए हैं (जिसमें 6 उपभाग हैं, प्रत्येक 1 अंक का)। प्रत्येक के लिए दिए गए निर्देश के अनुसार इन प्रश्नों को हल कीजिए।



(v) खण्ड-ब में सम्मिलित हैं

(a) प्रश्न संख्या 30 से 38 (अति लघूत्तरीय प्रकार के प्रश्न, प्रत्येक 2 अंक का)

(b) प्रश्न संख्या 39 से 43 (लघूत्तरीय प्रकार के प्रश्न, प्रत्येक 4 अंक का)

(c) प्रश्न संख्या 44 और 45 (दीर्घ-उत्तरीय प्रकार के प्रश्न, प्रत्येक 6 अंक का)

खण्ड-ब के कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिया गया है। ऐसे प्रश्नों में दिए गए विकल्पों में से किसी एक को चुनना है।

(1) Answers of all questions are to be given in the Answer-Book given to you. सभी प्रश्नों के उत्तर आपको दी गई उत्तर-पुस्तिका में ही लिखें।

(2) 15 minutes time has been allotted to read this Question Paper. The Question Paper will be distributed at 2:15 p.m. From 2:15 p.m. to 2:30 p.m., the students will read the Question Paper only and will not write any answer on the Answer-Book during this period.

इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण दोपहर में 2:15 बजे किया जाएगा। दोपहर 2:15 बजे से 2:30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।

## SECTION-A

### खण्ड-अ

1. The value of  $\begin{vmatrix} 6 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$  is

$\begin{vmatrix} 6 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$  का मान है

(A) -7

(B) 7

(C) 8

(D) 10

1



2. Given an invertible matrix  $A$  of order 3 and  $|A|=9$ , then the value of  $|A^{-1}|$  is

कोटि 3 का एक व्युत्क्रमणीय आव्यूह  $A$  दिया गया है, जिसके लिए  $|A|=9$  है, तो  $|A^{-1}|$  का मान है

- (A) 3 (B) 9  
(C)  $\frac{1}{9}$  (D) 81 1

3. Given set  $A = \{1, 2, 3\}$ . A reflexive relation in set  $A$  is

समुच्चय  $A = \{1, 2, 3\}$  दिया गया है। समुच्चय  $A$  पर एक स्वतुल्य संबंध है

- (A)  $R = \{(1, 2), (1, 3)\}$  (B)  $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$   
(C)  $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 1), (1, 3)\}$  (D)  $R = \{(3, 1), (2, 1), (1, 1)\}$  1

4. If  $f(x) = x^3$  and  $g(x) = \cos 3x$ , then  $f \circ g(x)$  is

यदि  $f(x) = x^3$  और  $g(x) = \cos 3x$  है, तो  $f \circ g(x)$  है

- (A)  $x^3 \cdot \cos 3x$  (B)  $\cos 3x^3$   
(C)  $\cos^3 3x$  (D)  $3 \cos x^3$  1

5. The distance of the point  $(4, -6)$  from the line  $4x - 5y - 32 = 0$  is

रेखा  $4x - 5y - 32 = 0$  से बिन्दु  $(4, -6)$  की दूरी है

- (A)  $\frac{3}{7}$  (B)  $\frac{14}{41}$   
(C)  $\frac{7}{5}$  (D)  $\frac{14}{\sqrt{41}}$  1



6. If  $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ , then  $A^{-1}$  is

यदि  $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$  है, तो  $A^{-1}$  है

(A)  $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$

(B)  $\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

(C)  $\begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

(D)  $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

1

7. If  $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$  and  $A + A' = I$ , then the value of  $\alpha$  is

यदि  $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$  और  $A + A' = I$  है, तो  $\alpha$  का मान है

(A)  $\frac{\pi}{2}$

(B)  $\frac{\pi}{3}$

(C)  $\frac{\pi}{4}$

(D)  $\frac{\pi}{6}$

1

8. The value of  $k$ , for which the matrix  $\begin{bmatrix} k & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  is invertible, is

$k$  का वह मान, जिसके लिए आव्यूह  $\begin{bmatrix} k & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  व्युत्क्रमणीय है, है

(A)  $k = \frac{2}{3}$

(B)  $k \neq \frac{2}{3}$

(C)  $k \neq \frac{3}{2}$

(D)  $k = \frac{3}{2}$

1



9.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$  is equal to

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$  बराबर है

(A) 0

(B) 1

(C) -1

(D) -2

1

10. If  $y = \cot x^\circ$ , then  $\frac{dy}{dx}$  is

यदि  $y = \cot x^\circ$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  है

(A)  $\operatorname{cosec} x^\circ$

(B)  $\operatorname{cosec} x^\circ \cdot \cot x^\circ$

(C)  $-1^\circ \operatorname{cosec}^2 x^\circ$

(D)  $-1^\circ \operatorname{cosec} x^\circ \cdot \cot x^\circ$

1

11.  $\int \frac{\sqrt{\tan x}}{\sin x \cos x} dx$  is equal to

$\int \frac{\sqrt{\tan x}}{\sin x \cos x} dx$  बराबर है

(A)  $2\sqrt{\tan x} + C$

(B)  $\sqrt{\tan x} + C$

(C)  $2\sqrt{\sin x} + C$

(D)  $2\sqrt{\cos x} + C$

1

12. The value of  $(\hat{i} \times \hat{j}) \cdot \hat{k} + \hat{i} \cdot \hat{j}$  is

$(\hat{i} \times \hat{j}) \cdot \hat{k} + \hat{i} \cdot \hat{j}$  का मान है

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) -1

1



13. If for non-zero vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ ,  $\vec{a} \times \vec{b}$  is a unit vector and  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = \sqrt{2}$ , then the angle between the vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  is

यदि शून्येतर सदिशों  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  के लिए  $\vec{a} \times \vec{b}$  एक एकक सदिश है और  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = \sqrt{2}$  है, तो सदिशों  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  के बीच का कोण है

(A)  $\frac{\pi}{2}$

(B)  $\frac{\pi}{3}$

(C)  $\frac{\pi}{6}$

(D)  $-\frac{\pi}{2}$

1

14. The local minimum value of  $y = x^3 - 3x + 2$  in the interval  $[0, 2]$  is

अन्तराल  $[0, 2]$  में  $y = x^3 - 3x + 2$  का स्थानीय निम्निष्ठ मान है

(A) 6

(B) 4

(C) 2

(D) 0

1

15. If  $\int 2^x dx = f(x) + C$ , then  $f(x)$  is

यदि  $\int 2^x dx = f(x) + C$  है, तो  $f(x)$  है

(A)  $2^x$

(B)  $2x \log_e 2$

(C)  $\frac{2^x}{\log_e 2}$

(D)  $\frac{2^{x+1}}{x+1}$

1

16. Of all the points of the feasible region for maximum or minimum of the objective function, the point lies

(A) inside the feasible region

(B) at the boundary line of the feasible region

(C) at the corner point of the boundary of the feasible region

(D) None of the above

1

उद्देश्य फलन का अधिकतम अथवा न्यूनतम, सुसंगत क्षेत्र के उस बिंदु पर होता है, जो

(A) सुसंगत क्षेत्र के अन्दर होता है

(B) सुसंगत क्षेत्र की सीमारेखा (boundary line) पर होता है

(C) सुसंगत क्षेत्र की सीमा के कोने पर होता है

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं



17. The distance of the plane  $3x - 4y + 12z = 3$  from the origin is

(A)  $\frac{3}{13}$  unit

(B)  $\frac{19}{13}$  units

(C) 3 units

(D) 1 unit

1

मूलबिन्दु से समतल  $3x - 4y + 12z = 3$  की दूरी है

(A)  $\frac{3}{13}$  इकाई

(B)  $\frac{19}{13}$  इकाई

(C) 3 इकाई

(D) 1 इकाई

18. The integrating factor of the differential equation  $(x^2 - 1)\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{2}{x^2 - 1}$  is

अवकल समीकरण  $(x^2 - 1)\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{2}{x^2 - 1}$  का समाकलन गुणक है

(A)  $2x$

(B)  $x^2 - 1$

(C)  $x - 1$

(D)  $\frac{1}{x^2 - 1}$

1

19. If a line makes angles  $\alpha$ ,  $\beta$  and  $\gamma$  with the  $x$ -axis,  $y$ -axis and  $z$ -axis respectively, then  $\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma$  is equal to

यदि एक रेखा  $x$ -अक्ष,  $y$ -अक्ष और  $z$ -अक्ष के साथ क्रमशः  $\alpha$ ,  $\beta$  और  $\gamma$  कोण बनाती है, तो  $\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma$  बराबर है

(A) 2

(B) 1

(C) -2

(D) -1

1

20. The value of  $p$ , for which  $p(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$  is a unit vector, is

$p$  का मान, जिसके लिए  $p(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$  एक एकक सदिश है, है

(A)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(B)  $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

(C)  $\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

(D)  $\pm\sqrt{3}$

1



21. Answer the following questions :

1×2=2

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(a) If  $f(x) = \frac{1}{4x^2 + 2x + 1}$ , then find its maximum value.

यदि  $f(x) = \frac{1}{4x^2 + 2x + 1}$  है, तो इसका अधिकतम मान ज्ञात कीजिए।

(b) Using differentials, find the approximate value of  $\sqrt{49.5}$ .

अवकलों का प्रयोग करके  $\sqrt{49.5}$  का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

22. Fill in the blanks :

1×2=2

रिक्त स्थानों को भरिए :

(a) Let  $f : R \rightarrow R$  and  $g : R \rightarrow R$  are given by  $f(x) = \sin x$  and  $g(x) = 5x^2$ .  
Then  $g \circ f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

माना  $f : R \rightarrow R$  और  $g : R \rightarrow R$  इस प्रकार परिभाषित हैं कि  $f(x) = \sin x$  और  $g(x) = 5x^2$ . तो  $g \circ f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(b) If  $f : [-1, 1] \rightarrow R$ , given by  $f(x) = \frac{x}{x+2}$ , is one-one, then the inverse of the function  $f : [-1, 1] \rightarrow \text{Range of } f$  is  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

यदि  $f : [-1, 1] \rightarrow R$ ,  $f(x) = \frac{x}{x+2}$  द्वारा परिभाषित है और एकैकी है, तो फलन  $f : [-1, 1] \rightarrow f$  का परिसर का प्रतिलोम है  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



23. Match Column—I with the right option of Column—II :

1×2=2

Column—I

Column—II

For the ellipse  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$

(a) the coordinates of foci are

P.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$

(b) the eccentricity is

Q.  $(0, \pm 2\sqrt{5})$

R.  $(\pm 2\sqrt{5}, 0)$

S.  $\frac{3}{\sqrt{5}}$

स्तंभ—I को स्तंभ—II के सही विकल्प से मिलाइए :

स्तंभ—I

स्तंभ—II

दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$  के लिए

(a) नाभियों के निर्देशांक होते हैं

P.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$

(b) उत्केन्द्रता होती है

Q.  $(0, \pm 2\sqrt{5})$

R.  $(\pm 2\sqrt{5}, 0)$

S.  $\frac{3}{\sqrt{5}}$

24. Write *True* for correct statements and *False* for incorrect statements : 1×2=2

सही कथन के लिए **सत्य** और गलत कथन के लिए **असत्य** लिखिए :

(a) If  $y = 500e^{7x} + 600e^{-7x}$ , then  $\frac{d^2y}{dx^2} = 49y$ .

यदि  $y = 500e^{7x} + 600e^{-7x}$  है, तो  $\frac{d^2y}{dx^2} = 49y$ .

(b)  $\int_2^3 3^x dx = 18$



25. Write *True* for correct statements and *False* for incorrect statements :  $1 \times 4 = 4$

सही कथन के लिए **सत्य** और गलत कथन के लिए **असत्य** लिखिए :

(a) Rolle's theorem is applicable for the function  $f(x) = x$  in the interval  $[-1, 1]$ .

फलन  $f(x) = x$  के लिए अन्तराल  $[-1, 1]$  पर रोले का प्रमेय वैध है।

(b)  $\frac{d}{dx}(x^x) = x^x(1 + \log x)$

(c)  $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos x \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right) dx = 1$

(d) If  $p$  and  $q$  are the degree and order of the differential equation

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + 3\frac{dy}{dx} + \frac{d^3y}{dx^3} = 4$$

respectively, then  $(2p - 3q)$  is  $(-2)$ .

यदि  $p$  और  $q$  क्रमशः निम्न अवकल समीकरण की घात एवं कोटि हैं, तो  $(2p - 3q)$  होता है  $(-2)$  :

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + 3\frac{dy}{dx} + \frac{d^3y}{dx^3} = 4$$



26. Fill in the blanks :

1×4=4

रिक्त स्थानों को भरिए :

(a) If  $A$  is a square matrix of order 2, then  $|kA|$  is equal to \_\_\_\_.

यदि  $A$  कोटि 2 का एक वर्ग आव्यूह है, तो  $|kA|$  बराबर है \_\_\_\_.

(b) If  $F(x) = \begin{bmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{bmatrix}$ , then  $F(x)F(y)$  is equal to  $F$  ( \_\_\_\_ ).

यदि  $F(x) = \begin{bmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{bmatrix}$  है, तो  $F(x)F(y)$  बराबर है  $F$  ( \_\_\_\_ ).

(c) If  $x \in N$  and  $\begin{vmatrix} x+3 & -2 \\ -3x & 2x \end{vmatrix} = 8$ , then the value of  $x$  is \_\_\_\_.

यदि  $x \in N$  और  $\begin{vmatrix} x+3 & -2 \\ -3x & 2x \end{vmatrix} = 8$  है, तो  $x$  का मान है \_\_\_\_.

(d) If  $A = \begin{bmatrix} 5 & 6 & -3 \\ -4 & 3 & 2 \\ -4 & -7 & 3 \end{bmatrix}$ , then the cofactor of element  $(-7)$  is \_\_\_\_.

यदि  $A = \begin{bmatrix} 5 & 6 & -3 \\ -4 & 3 & 2 \\ -4 & -7 & 3 \end{bmatrix}$  है, तो अवयव  $(-7)$  का सहखण्ड है \_\_\_\_.

27. Fill in the blanks :

1×4=4

रिक्त स्थानों को भरिए :

(a) The equation of the line which passes through the point  $(1, -2)$  and cuts off equal intercepts on the axes is \_\_\_\_.

बिन्दु  $(1, -2)$  से होकर जाने वाली और निर्देशांक अक्षों पर बराबर के अन्तःखंड काटने वाली रेखा का समीकरण है \_\_\_\_.



(b) The radius of the circle  $x^2 + y^2 - 8x + 10y - 12 = 0$  is \_\_\_\_\_.

वृत्त  $x^2 + y^2 - 8x + 10y - 12 = 0$  की त्रिज्या है \_\_\_\_\_.

(c) The length of the latus rectum of the parabola  $y^2 = 24x$  is \_\_\_\_\_.

परवलय  $y^2 = 24x$  के नाभिलम्ब की लंबाई \_\_\_\_\_ है।

(d) The eccentricity of the hyperbola  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ , which passes through the points  $(3, 0)$  and  $(3\sqrt{2}, 2)$ , is \_\_\_\_\_.

अतिपरवलय  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ , जो बिन्दुओं  $(3, 0)$  और  $(3\sqrt{2}, 2)$  से होकर गुजरता है, की उत्केन्द्रता है \_\_\_\_\_.

**28.** Answer the following questions :

1×4=4

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(a) What is the general solution of the differential equation  $\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = 2x + y$ ?

अवकल समीकरण  $\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = 2x + y$  का व्यापक हल क्या है?

(b) Find the equation of the normal to the curve  $ay^2 = x^3$  at the point  $(am^2, am^3)$ .

वक्र  $ay^2 = x^3$  के बिन्दु  $(am^2, am^3)$  पर अभिलंब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

(c) Find the area of the region bounded by the curve  $y = x^2$  and the line  $y = 4$ .

वक्र  $y = x^2$  तथा रेखा  $y = 4$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(d) Find the derivative of  $\sin x$  w.r.t.  $\log x$ .

$\log x$  के सापेक्ष  $\sin x$  का अवकलन ज्ञात कीजिए।



29. Let  $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  and  $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j}$  be the two vectors. Then—

(a) find  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ;

(b) find the unit vector perpendicular to both the vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ ;

(c) find the area of the parallelogram having  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  as diagonals;

(d) for the given vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ , verify  $(\vec{a} \times \vec{b})^2 = \vec{a}^2 \vec{b}^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$ ;

(e) find  $|2\vec{b} \times \vec{a}|$ ;

(f) for the given vectors, check if  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$ .

1×6=6

माना  $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  और  $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j}$  दो सदिश हैं। तब—

(क)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  ज्ञात कीजिए;

(ख) सदिशों  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  दोनों के लम्बवत् एकक सदिश ज्ञात कीजिए;

(ग) समान्तरचतुर्भुज, जिसके विकर्ण  $\vec{a}$  तथा  $\vec{b}$  हैं, का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए;

(घ) दिए गए सदिशों  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  के लिए सत्यापित कीजिए कि  $(\vec{a} \times \vec{b})^2 = \vec{a}^2 \vec{b}^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$ ;

(ङ)  $|2\vec{b} \times \vec{a}|$  ज्ञात कीजिए;

(च) दिए गए सदिशों के लिए यह जाँचिए कि क्या  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$  है।



## SECTION-B

### खण्ड-ब

30. For any matrix  $A$  of order  $3 \times 3$ , prove that  $(A')' = A$ . 2

सिद्ध कीजिए कि  $(A')' = A$ , जहाँ  $A$  कोटि  $3 \times 3$  का एक आव्यूह है।

31. Find the equation of the hyperbola whose vertices are  $(0, \pm 5)$  and foci are  $(0, \pm 8)$ . 2

अतिपरवलय, जिसके शीर्ष  $(0, \pm 5)$  और नाभियाँ  $(0, \pm 8)$  हैं, का समीकरण ज्ञात कीजिए।

32. Show that  $y = \log(1+x) - \frac{2x}{2+x}$ ,  $(x > -1)$  is an increasing function of  $x$  throughout its domain. 2

दर्शाएँ कि  $y = \log(1+x) - \frac{2x}{2+x}$ ,  $(x > -1)$  अपने प्रांत में  $x$  का वर्धमान फलन है।

**Or / अथवा**

Prove that the curves  $y^2 = 4ax$  and  $xy = k^2$  cut at right angles, if  $k^4 = 32a^4$ .

सिद्ध कीजिए कि वक्र  $y^2 = 4ax$  और  $xy = k^2$  लंबवत् प्रतिच्छेद करते हैं, यदि  $k^4 = 32a^4$ .

33. Show that  $\begin{vmatrix} b+c & a & b \\ c+a & c & a \\ a+b & b & c \end{vmatrix} = (a+b+c)(a-c)^2$ . 2

दर्शाएँ कि  $\begin{vmatrix} b+c & a & b \\ c+a & c & a \\ a+b & b & c \end{vmatrix} = (a+b+c)(a-c)^2$ .

34. Express the function  $\tan^{-1} \left[ \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} \right]$ ,  $x \neq 0$  in the simplest form. 2

फलन  $\tan^{-1} \left[ \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} \right]$ ,  $x \neq 0$  को सरलतम रूप में व्यक्त कीजिए।



**Or / अथवा**

Show that the function  $f : R \rightarrow R$  defined by

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x > 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \\ -1, & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

is neither one-one nor onto.

दर्शाए कि फलन  $f : R \rightarrow R$ , जो निम्न प्रकार से परिभाषित है, न तो एकैकी है और न ही आच्छादक :

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{यदि } x > 0 \\ 0, & \text{यदि } x = 0 \\ -1, & \text{यदि } x < 0 \end{cases}$$

- 35.** If  $A = \{1, 2, 3\}$  and relation  $R = \{(2, 3)\}$  in  $A$ , check whether the relation  $R$  is reflexive, symmetric or transitive. 2

यदि  $A = \{1, 2, 3\}$  और  $A$  में संबंध  $R = \{(2, 3)\}$  है, जाँच कीजिए कि यह संबंध  $R$  स्वतुल्य, सममित या संक्रामक है।

- 36.** Write the following statements in the form 'if... then' : 1×2=2

(a) It never rains when it is cold.

(b) A quadrilateral is a parallelogram if its diagonals bisect each other.

निम्नलिखित कथनों को 'यदि...तो' के रूप में लिखिए :

(क) जब ठंड होती है, तो कभी वर्षा नहीं होती।

(ख) एक चतुर्भुज, समांतरचतुर्भुज होता है यदि इसके विकर्ण एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

- 37.** The dot product of a vector with the vectors  $\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$  and  $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  are respectively 4, 0 and 2. Find the vector. 2

एक सदिश का, सदिशों  $\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$  तथा  $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  के साथ अदिश गुणनफल क्रमशः 4, 0 और 2 हैं। सदिश ज्ञात कीजिए।

**Or / अथवा**

Prove that the lines  $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+5}{7}$  and  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-6}{7}$  are coplanar. Also, find the equation of the plane containing these lines.

सिद्ध कीजिए कि रेखाएँ  $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+5}{7}$  और  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-6}{7}$  समतलीय हैं। उस समतल, जिसमें ये रेखाएँ स्थित हैं, का समीकरण भी ज्ञात कीजिए।

- 38.** Find the equation of the line passing through the intersection of the lines  $x + y = 5$  and  $2x - y - 7 = 0$ , and parallel to  $x$ -axis. 2

उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखाओं  $x + y = 5$  और  $2x - y - 7 = 0$  के प्रतिच्छेदन से होकर जाती है तथा  $x$ -अक्ष के समांतर है।

**Or / अथवा**

Find the distance between the lines  $2x + 3y = 4$  and  $4x + 6y = 20$ .

रेखाओं  $2x + 3y = 4$  और  $4x + 6y = 20$  के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

- 39.** Let  $N$  be the set of all natural numbers and let  $R$  be a relation on  $N \times N$  defined by  $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow ad = bc \forall (a, b), (c, d) \in N \times N$ . Show that  $R$  is an equivalence relation on  $N \times N$ . 4

माना  $N$  सभी प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है और  $N \times N$  पर एक संबंध  $R$  है जो  $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow ad = bc \forall (a, b), (c, d) \in N \times N$  द्वारा परिभाषित है। दर्शाइए कि  $R$ ,  $N \times N$  पर एक समतुल्य संबंध है।

- 40.** If the eccentricity of an ellipse is  $\frac{5}{8}$  and the distance between its foci is 10, then find the length of the latus rectum of the ellipse. 4

यदि किसी दीर्घवृत्त की उत्केन्द्रता  $\frac{5}{8}$  और उसके नाभियों के बीच की दूरी 10 है, तो इस दीर्घवृत्त के नाभिलंब की लंबाई ज्ञात कीजिए।



41. Using matrix method, find the solution of the following system of linear equations :

4

आव्यूह विधि से निम्न रैखिक समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए :

$$2x - 3y + 5z = 16$$

$$3x + 2y - 4z = -4$$

$$x + y - 2z = -3$$

42. Using integration, find the area of the region bounded by the lines  $x + 2y = 2$ ,  $y - x = 1$  and  $2x + y = 7$ .

4

समाकलनों का प्रयोग करके रेखाओं  $x + 2y = 2$ ,  $y - x = 1$  और  $2x + y = 7$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**Or / अथवा**

Find the particular solution of the differential equation  $x \frac{dy}{dx} + y = x^3$ , given that  $y = 1$  when  $x = 2$ .

अवकल समीकरण  $x \frac{dy}{dx} + y = x^3$  का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि  $y = 1$  जब  $x = 2$  है।

43. Show that the points  $P$ ,  $Q$  and  $R$  with position vectors  $\vec{a} - 2\vec{b}$ ,  $2\vec{a} + 3\vec{b}$  and  $-7\vec{b}$  respectively are collinear.

4

दर्शाइए कि बिन्दु  $P$ ,  $Q$  और  $R$ , जिनके स्थिति सदिश क्रमशः  $\vec{a} - 2\vec{b}$ ,  $2\vec{a} + 3\vec{b}$  और  $-7\vec{b}$  हैं, संरेख हैं।

**Or / अथवा**

The foot of the perpendicular drawn from the origin to a plane is  $(4, -2, -5)$ . Find the equation of the plane.

मूलबिन्दु से एक समतल पर डाले गए लम्ब का पाद  $(4, -2, -5)$  है। समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

44. Find the intervals in which the function  $f(x) = \frac{3}{2}x^4 - 4x^3 - 45x^2 + 51$  is (a) strictly increasing and (b) strictly decreasing.

6

अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन  $f(x) = \frac{3}{2}x^4 - 4x^3 - 45x^2 + 51$  (क) निरंतर वर्धमान है और (ख) निरंतर ह्रासमान है।



**Or / अथवा**

Using differentials, find two positive real numbers whose sum is 70 and their product is maximum.

अवकलनों के प्रयोग से दो ऐसी धनात्मक वास्तविक संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योग 70 और गुणनफल अधिकतम हो।

**45.** Minimize and maximize  $Z = 5x + 2y$  subject to the following constraints : 6

निम्न प्रतिबंधों के अन्तर्गत  $Z = 5x + 2y$  का न्यूनतमीकरण और अधिकतमीकरण कीजिए :

$$x - 2y \leq 2, \quad 3x + 2y \leq 12, \quad -3x + 2y \leq 3$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

**Or / अथवा**

A farmer has a supply of two chemical fertilizers A and B. Fertilizer of type A contains 10% nitrogen and 5% phosphoric acid. Fertilizer of type B contains 6% nitrogen and 10% phosphoric acid. After testing the soil conditions of the field, it is found that at least 14 kg of nitrogen and 14 kg of phosphoric acid are required for producing a good crop. Fertilizer of type A costs ₹ 5 per kg and type B costs ₹ 3 per kg. How many kg of each type of fertilizer should be used to meet the requirement at the minimum possible cost? Formulate the situation as an LPP. Also, obtain the feasible region corresponding to the constraints.

एक किसान के पास दो तरह के रासायनिक उर्वरकों A और B की आपूर्ति है। A प्रकार के उर्वरक में 10% नाइट्रोजन और 5% फॉस्फोरिक एसिड होता है। B प्रकार के उर्वरक में 6% नाइट्रोजन और 10% फॉस्फोरिक एसिड होता है। खेत की मिट्टी की स्थिति का परीक्षण करने के बाद यह पाया गया कि अच्छी फसल पैदा करने के लिए कम-से-कम 14 कि० ग्रा० नाइट्रोजन और 14 कि० ग्रा० फॉस्फोरिक एसिड की आवश्यकता होती है। A प्रकार के उर्वरक की कीमत ₹ 5 प्रति कि० ग्रा० और B प्रकार के उर्वरक की कीमत ₹ 3 प्रति कि० ग्रा० है। न्यूनतम संभव लागत पर आवश्यकता को पूरा करने के लिए प्रत्येक प्रकार के कितने कि० ग्रा० उर्वरक का उपयोग किया जाना चाहिए? इस समस्या को रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में सूत्रबद्ध कीजिए। प्रतिबंधों के अंतर्गत सुसंगत क्षेत्र को भी ज्ञात कीजिए।

★ ★ ★

