

WB Board 2026 Class 12 Mathematics Question Paper with Solutions

Time Allowed :3 Hours

Maximum Marks :100

Total questions :35

General Instructions

Note:

1. 15 minutes are extra for reading the question paper only. Candidates should not start writing their answers during this time..
2. Candidates must legibly write the Question Paper Serial Number on the designated space of their answer script.
3. Scientifically correct, labelled diagrams should be drawn wherever necessary.
4. In case of MCQs (Q. No. 1(A)) only the first attempt will be evaluated and will be given credit.
5. The numbers to the right of the questions indicate full marks
6. All questions in Section A (MCQs) are compulsory. There is no negative marking.
7. For 2-mark questions, answer in 2-3 sentences. For 5-mark questions, do not exceed 150 words.

1. যদি ভেক্টর $\vec{\alpha} = a\hat{i} + a\hat{j} + c\hat{k}$, $\vec{\beta} = \hat{i} + \hat{k}$, $\vec{\gamma} = c\hat{i} + c\hat{j} + b\hat{k}$ একই সমতলে অবস্থিত (coplanar) হয়, তবে প্রমাণ কর যে $c^2 = ab$

Solution:

Concept: তিনটি ভেক্টর একই সমতলে অবস্থিত (coplanar) হলে তাদের scalar triple product শূন্য হয়।

$$[\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}] = \alpha_x \alpha_y \alpha_z \beta_x \beta_y \beta_z \gamma_x \gamma_y \gamma_z = 0$$

অর্থাৎ, এই determinant শূন্য হলে ভেক্টর তিনটি একই সমতলে থাকে।

Step 1: ভেক্টরগুলোর উপাংশ লিখি।

$$\vec{\alpha} = (a, a, c), \quad \vec{\beta} = (1, 0, 1), \quad \vec{\gamma} = (c, c, b)$$

Step 2: Scalar triple product শূন্য ধরি।

$$aac101ccb = 0$$

Step 3: Determinant প্রসারণ করি। প্রথম সারি বরাবর প্রসারণ করলে:

$$= a01cb - a11cb + c10cc$$

Step 4: Minor গুলো হিসাব করি।

$$= a(0 \cdot b - 1 \cdot c) - a(1 \cdot b - 1 \cdot c) + c(1 \cdot c - 0 \cdot c)$$

$$= a(-c) - a(b - c) + c^2$$

Step 5: সরলীকরণ।

$$= -ac - ab + ac + c^2 = c^2 - ab$$

Step 6: Coplanar শর্ত ব্যবহার করি। যেহেতু ভেক্টরগুলো coplanar,

$$c^2 - ab = 0 \Rightarrow c^2 = ab$$

Quick Tip

তিনটি ভেক্টর coplanar কিনা দ্রুত যাচাই করতে scalar triple product ব্যবহার করো। Determinant শূন্য হলে ভেক্টরগুলো একই সমতলে থাকে।

2. যদি $\vec{a} = 4\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{b} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ হয়, তবে $\vec{a} + \vec{b}$ ভেক্টরের সমান্তরাল একটি একক ভেক্টর নির্ণয় কর।

Solution:

Concept: কোনো ভেক্টরের সমান্তরাল একক ভেক্টর পেতে হলে প্রথমে ভেক্টরটির মান (magnitude) নির্ণয় করতে হয়। একক ভেক্টর,

$$\hat{u} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$$

অর্থাৎ, প্রদত্ত ভেক্টরকে তার মান দ্বারা ভাগ করলে একক ভেক্টর পাওয়া যায়।

Step 1: প্রথমে $\vec{a} + \vec{b}$ নির্ণয় করি।

$$\begin{aligned}\vec{a} + \vec{b} &= (4\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) + (2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}) \\ &= (4 + 2)\hat{i} + (-1 - 2)\hat{j} + (1 + 1)\hat{k} \\ &= 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}\end{aligned}$$

Step 2: ভেক্টরটির মান নির্ণয় করি।

$$\begin{aligned}|\vec{a} + \vec{b}| &= \sqrt{6^2 + (-3)^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{36 + 9 + 4} = \sqrt{49} = 7\end{aligned}$$

Step 3: একক ভেক্টর নির্ণয় করি।

$$\begin{aligned}\text{Required unit vector} &= \frac{6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}}{7} \\ &= \frac{6}{7}\hat{i} - \frac{3}{7}\hat{j} + \frac{2}{7}\hat{k}\end{aligned}$$

Quick Tip

কোনো ভেক্টরের সমান্তরাল একক ভেক্টর পেতে হলে প্রথমে ভেক্টরের মান বের করো, তারপর ভেক্টরটিকে তার মান দ্বারা ভাগ করো।

3. যদি সরলরেখা দুটি

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2\lambda} = \frac{z-2}{0} \quad \frac{x-1}{1} = \frac{2y+3}{3\lambda} = \frac{z+5}{2}$$

পরস্পর লম্ব হয়, তবে λ -এর মান নির্ণয় কর।

Solution:

Concept: দুটি সরলরেখা পরস্পর লম্ব হলে তাদের direction vector-এর ডট গুণফল শূন্য হয়।

$$\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2 = 0$$

Step 1: প্রথম সরলরেখার direction vector নির্ণয় করি। সমীকরণ,

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2\lambda} = \frac{z-2}{0}$$

অতএব direction vector,

$$\vec{d}_1 = \langle 3, -2\lambda, 0 \rangle$$

Step 2: দ্বিতীয় সরলরেখার direction vector নির্ণয় করি।

$$\frac{x-1}{1} = \frac{2y+3}{3\lambda} = \frac{z+5}{2}$$

এখানে,

$$\frac{2y+3}{3\lambda} = t \Rightarrow y = \frac{3\lambda t - 3}{2}$$

অতএব y -এর সহগ হবে $\frac{3\lambda}{2}$

সুতরাং direction vector,

$$\vec{d}_2 = \left\langle 1, \frac{3\lambda}{2}, 2 \right\rangle$$

Step 3: লম্ব শর্ত প্রয়োগ করি (Dot product = 0)।

$$\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2 = 3(1) + (-2\lambda) \left(\frac{3\lambda}{2} \right) + 0(2)$$

$$= 3 - 3\lambda^2$$

Step 4: শূন্যের সমান করি।

$$3 - 3\lambda^2 = 0 \Rightarrow 3\lambda^2 = 3 \Rightarrow \lambda^2 = 1$$

Step 5: মান নির্ণয়।

$$\lambda = \pm 1$$

Quick Tip

দুটি সরলরেখা লম্ব কিনা যাচাই করতে direction vector বের করে ডট গুণফল শূন্য করলেই দ্রুত সমাধান পাওয়া যায়।

4. সমতল $2x + 2y - 2z + 1 = 0$ বিন্দু $(2, 1, 5)$ এবং $(3, 4, 3)$ এর সংযোগকারী রেখাংশকে কী অনুপাতে বিভক্ত করে তা নির্ণয় কর।

Solution:

Concept: যদি কোনো সমতল দুইটি বিন্দুর সংযোগকারী রেখাংশকে কোনো অনুপাতে বিভক্ত করে, তবে section formula ব্যবহার করা হয়। ধরি, সমতলটি বিন্দু $A(x_1, y_1, z_1)$ ও $B(x_2, y_2, z_2)$ কে $m : n$ অনুপাতে বিভক্ত করছে। তাহলে বিভাজন বিন্দু,

$$P \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}, \frac{mz_2 + nz_1}{m+n} \right)$$

এই বিন্দুটি সমতলের সমীকরণ সন্তুষ্ট করবে।

Step 1: প্রদত্ত বিন্দু ধরি।

$$A = (2, 1, 5), \quad B = (3, 4, 3)$$

Step 2: বিভাজন বিন্দু ধরি। ধরি, সমতলটি রেখাংশকে $m : n$ অনুপাতে বিভক্ত করছে। তাহলে,

$$P = \left(\frac{3m + 2n}{m+n}, \frac{4m + n}{m+n}, \frac{3m + 5n}{m+n} \right)$$

Step 3: সমতলের সমীকরণে বসাই।

$$2x + 2y - 2z + 1 = 0$$

মান বসিয়ে,

$$2 \left(\frac{3m + 2n}{m+n} \right) + 2 \left(\frac{4m + n}{m+n} \right) - 2 \left(\frac{3m + 5n}{m+n} \right) + 1 = 0$$

Step 4: ল.সা.গু $(m+n)$ নিয়ে সরল করি।

$$\frac{2(3m + 2n) + 2(4m + n) - 2(3m + 5n)}{m+n} + 1 = 0$$

$$\frac{6m + 4n + 8m + 2n - 6m - 10n}{m+n} + 1 = 0$$

$$\frac{8m - 4n}{m+n} + 1 = 0$$

Step 5: সরলীকরণ।

$$\frac{8m - 4n + (m+n)}{m+n} = 0$$

$$\frac{9m - 3n}{m+n} = 0 \Rightarrow 9m - 3n = 0$$

$$3m = n \Rightarrow m : n = 1 : 3$$

Answer: সমতলটি রেখাংশকে 1 : 3 অনুপাতে বিভক্ত করে।

Quick Tip

সমতল যদি দুই বিন্দুর সংযোগকারী রেখাংশকে বিভক্ত করে, তবে section formula ব্যবহার করে বিভাজন বিন্দু বের করে সমতলে বসালেই অনুপাত পাওয়া যায়।

5. কোন a ও b -এর মানের জন্য নিম্নলিখিত গাণিতিক অভিব্যক্তিটি সত্য হবে?

$$\int \frac{dx}{1 + \sin x} = \tan\left(\frac{x}{2} + a\right) + b$$

Solution:

Concept: ত্রিকোণমিতিক সমাকলনে সাধারণত conjugate ব্যবহার করে সরল করা হয়। এখানে $1 + \sin x$ কে সরল করতে আমরা $\frac{1 - \sin x}{1 - \sin x}$ দ্বারা গুণ করব।

Step 1: Rationalization করি।

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{1 + \sin x} &= \int \frac{1 - \sin x}{(1 + \sin x)(1 - \sin x)} dx \\ &= \int \frac{1 - \sin x}{1 - \sin^2 x} dx = \int \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} dx \end{aligned}$$

Step 2: ভাগ করে লিখি।

$$\begin{aligned} &= \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{\sin x}{\cos^2 x} \right) dx \\ &= \int (\sec^2 x - \sec x \tan x) dx \end{aligned}$$

Step 3: সমাকলন করি।

$$\int \sec^2 x dx = \tan x \quad \int \sec x \tan x dx = \sec x$$

অতএব,

$$\int \frac{dx}{1 + \sin x} = \tan x - \sec x + C$$

Step 4: পরিচিত রূপে লিখি। আমরা জানি,

$$\tan x - \sec x = \tan\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$$

অতএব,

$$\int \frac{dx}{1 + \sin x} = \tan\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) + C$$

Step 5: তুলনা করি। প্রদত্ত,

$$\tan\left(\frac{x}{2} + a\right) + b$$

তুলনা করে পাই,

$$a = -\frac{\pi}{4}, \quad b = C$$

যেহেতু b একটি ধ্রুবক, তাই সাধারণভাবে $b = 0$ ধরা যায়।

Answer: $a = -\frac{\pi}{4}, \quad b = 0$

Quick Tip

$\int \frac{1}{1+\sin x} dx$ ধরনের সমাকলনে conjugate দিয়ে সরল করলে সহজেই standard ফলাফল পাওয়া যায়।

6. মান নির্ণয় কর:

$$\int_{-1}^1 e^{|x|} dx$$

Solution:

Concept: যখন কোনো সমাকলনে $|x|$ থাকে, তখন তাকে দুই ভাগে ভাগ করতে হয়।

$$|x| = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$$

Step 1: সীমা ভাগ করি।

$$\int_{-1}^1 e^{|x|} dx = \int_{-1}^0 e^{-x} dx + \int_0^1 e^x dx$$

Step 2: প্রথম অংশ সমাকলন।

$$\begin{aligned} \int_{-1}^0 e^{-x} dx &= [-e^{-x}]_{-1}^0 \\ &= (-e^0) - (-e^1) = -1 + e \end{aligned}$$

Step 3: দ্বিতীয় অংশ সমাকলন।

$$\int_0^1 e^x dx = [e^x]_0^1 = e - 1$$

Step 4: যোগ করি।

$$(-1 + e) + (e - 1) = 2e - 2$$

Answer: $2(e - 1)$

Quick Tip

$|x|$ যুক্ত definite integral হলে ঋণাত্মক ও ধনাত্মক অংশ আলাদা করে সমাকলন করলেই দ্রুত সমাধান পাওয়া যায়।